
TD

Techniques de prévision pour la Gestion de production

1^{er} Exercice

Ventes d'un rayon de journaux dans un supermarché

	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre
1994	705	653	713	684	707	714	684	422	629	811	721	803
1995	831	765	815	830	756	811	746	504	774	762	695	680
1996	682	684	743	701	641	595	679	439	728	746	688	743
1997	689	741	815	719	730	764	626	456	757	786	778	762
1998	719	692	771	692	753	764	652	494	696	742	794	773
1999	901	815	900	846	883	811	766	584	761	863	773	751
2000	739	624	640	672	615	638	555	372	605	615	573	674

Table de Buys-Ballot (années en lignes et mois en colonnes)

1. Représenter graphiquement la série et la commenter.
2. Calculer :
 - total des ventes par année (ventes annuelles)
 - moyenne annuelle des ventes
 - écart-type annuel des ventes
 - moyenne des ventes annuelles
 - écart-type des ventes annuelles
 - moyenne des ventes mensuelles
 - écart-type des ventes mensuelles
 - amplitude des variations pour chaque année (fourchette des ventes par année)
3. Déterminer le type de la demande.
4. Vérifier la présence d'une saisonnalité.

2^{ème} Exercice

Redressement de série

Ventes en CA d'un magasin sur 3 semaines du mois d'avril 2004.

Semaine	lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendredi	samedi	Moyenne
S15	650	445	385	335	670	900	564
S16	590	495	460	340	530	1050	578
S17	560	410	355	375	450	900	508

1. A partir de ces données, calculer les ventes d'une « semaine standard » et d'un « jour standard ». Déterminer le poids d'un jour donné de la semaine standard par rapport à un jour standard.
2. Calculer la série redressée pour les 3 semaines et comparer leur représentation graphique.
3. A partir du calendrier du mois d'avril 200X, donner le nombre de « jours standards » de ce mois.

avril							
	L	M	M	J	V	S	D
S14				1	2	3	4
S15	5	6	7	8	9	10	11
S16	12	13	14	15	16	17	18
S17	19	20	21	22	23	24	25
S18	26	27	28	29	30		

4. A partir du nombre de jours standards de chaque mois, et de la donnée des ventes mensuelles réalisées, redresser la chronique mensuelle. Comparer leur représentation graphique.

	Nbre de jours standard	Ventes mensuelles réalisées
Janvier	27.36	15000
Février	24.00	13800
Mars	26.64	14500
Avril		14200
Mai	26.82	15500
Juin	26.64	14700
Juillet	27.36	15000
Aout	25.91	13700
Septembre	25.36	15400
Octobre	26.73	
Novembre	25.91	
Décembre	26.36	
Année	314.73	

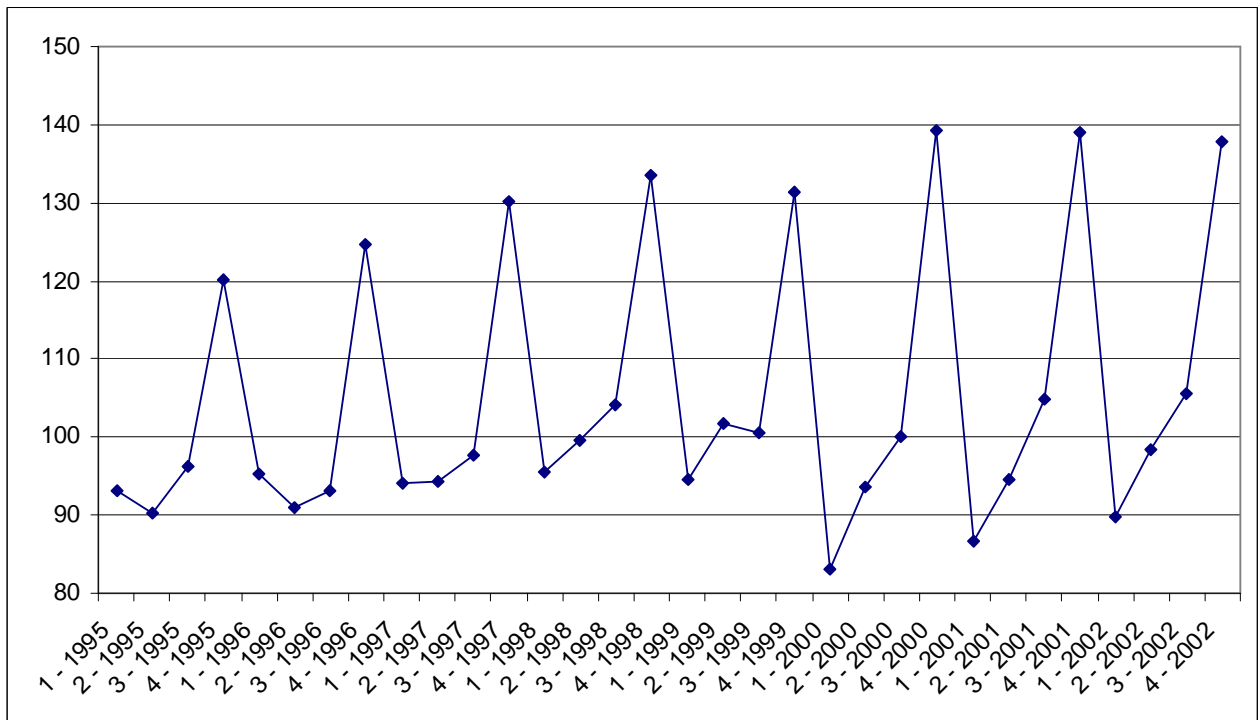
3^{ème} Exercice

Ventes de boissons

Historique des ventes de boissons entre 1995 et 2002 (source : Bulletin mensuel de statistique INSEE)

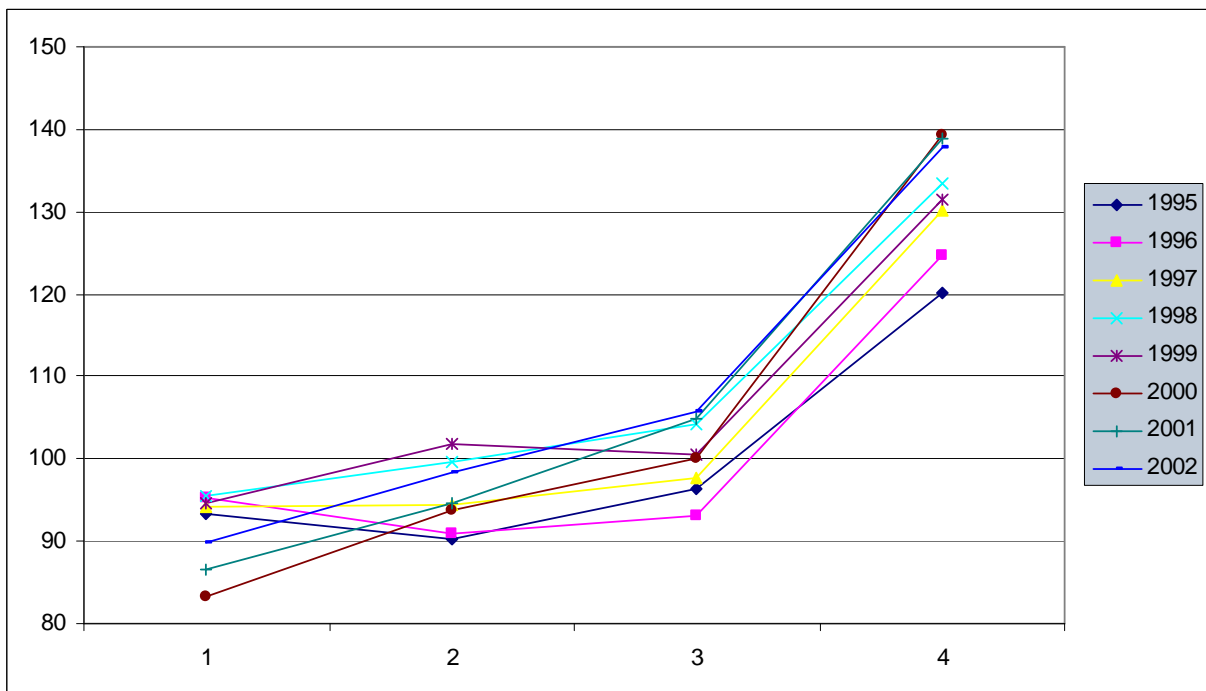
Indice 100 en 1995

Année	T1	T2	T3	T4	Moyenne annuelle
1995	93,20	90,23	96,30	120,20	99,98
1996	95,37	91,00	93,10	124,67	101,04
1997	94,20	94,33	97,57	130,17	104,07
1998	95,53	99,60	104,13	133,47	108,18
1999	94,63	101,80	100,50	131,37	107,08
2000	83,20	93,67	100,13	139,23	104,06
2001	86,63	94,57	104,83	138,90	106,23
2002	89,80	98,37	105,67	137,87	107,93
Moyenne trimestrielle	91,57	95,45	100,28	131,99	104,82



Représentation graphique de la chronique des ventes de boissons

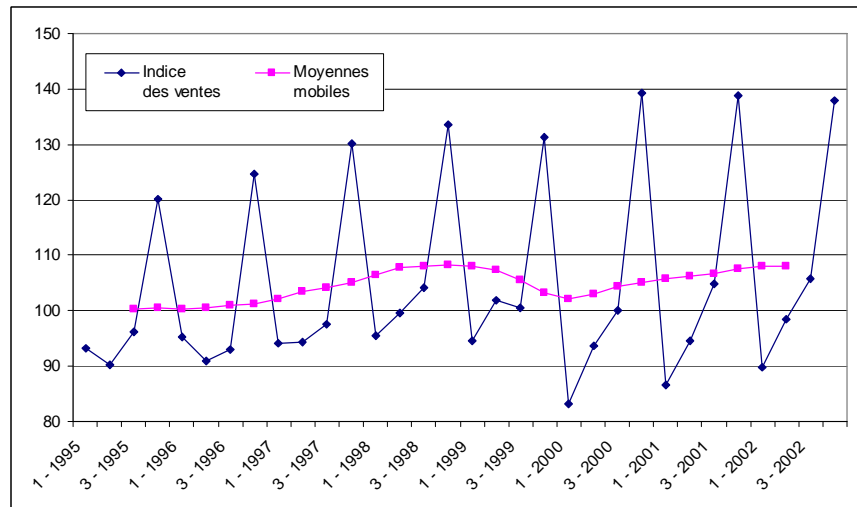
1. Vérifier la présence d’une saisonnalité en calculant l’auto-corrélation entre 1995 et 2002.



Année	T1	T2	T3	T4	Moyenne	Ecart-type
1995	93,20	90,23	96,30	120,20		
2002	89,80	98,37	105,67	137,87		
Produit	8369,36	8875,93	10176,02	16571,97		
Coefficient de corrélation						

2. Déterminer la profondeur des moyennes mobiles à appliquer. Lisser la série à l'aide des moyennes mobiles.

Trimestre	Indice des ventes	Moyennes mobiles
1 - 1995	93,20	
2 - 1995	90,23	
3 - 1995	96,30	100,25
4 - 1995	120,20	100,62
1 - 1996	95,37	100,32
2 - 1996	91,00	100,48
3 - 1996	93,10	100,89
4 - 1996	124,67	101,16
1 - 1997	94,20	102,13
2 - 1997	94,33	103,38
3 - 1997	97,57	104,23
4 - 1997	130,17	105,06
1 - 1998	95,53	106,54
2 - 1998	99,60	
3 - 1998	104,13	
4 - 1998	133,47	
1 - 1999	94,63	
2 - 1999	101,80	107,34
3 - 1999	100,50	105,65
4 - 1999	131,37	103,20
1 - 2000	83,20	102,14
2 - 2000	93,67	103,08
3 - 2000	100,13	104,49
4 - 2000	139,23	105,03
1 - 2001	86,63	105,73
2 - 2001	94,57	106,27
3 - 2001	104,83	106,63
4 - 2001	138,90	107,50
1 - 2002	89,80	108,08
2 - 2002	98,37	108,06
3 - 2002	105,67	
4 - 2002	137,87	



- Calculer les coefficients saisonniers.
- Calculer la série CVS des ventes de boissons.
- Donner l'équation de la droite des moindres carrés de la série CVS.
- Au vu de ces résultats, quelles prévisions pouvait-on faire au dernier trimestre 2002 pour les 2 premiers trimestres 2003 ? Utiliser les 3 méthodes de prévisions (extrapolation à partir de la droite de tendance, les moyennes mobiles, le lissage exponentiel). Comparer les résultats.
- Sachant que les résultats ont été de 87,4 et 95,1 pour les 2 premiers trimestres 2003, calculer l'erreur moyenne absolue de prévision et l'erreur moyenne quadratique de prévision. Commenter.

Rappels de statistique

→ Variable aléatoire X

Ensemble de n observations de la valeur d'une variable = $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$.

X est discrète	X est continue
Si les valeurs que peut prendre X sont discrètes (entières ou qualitatives)	Si les valeurs que peut prendre X sont réelles

→ Distribution

Pour une série d'observations relatives à une variable statistique X discrète ou continue, la distribution statistique de la variable X est la donnée d'un ensemble de classes et de leur fréquence associée.

→ Histogramme

La représentation graphique d'une distribution est un histogramme (abscisse = modalités, ordonnée = fréquence).

X est discrète	X est continue
Diagramme à bâtons	une classe est représentée par un rectangle dont la surface = fréquence

→ Médiane

Valeur de X telle qu'il y ait autant d'observations supérieures et d'observations inférieures à cette valeur.

X est discrète	X est continue
Si n impair, $Me(X) = x_{(n+1)/2}$ avec les x_n ordonnés Si n pair, $Me(X) = \frac{x_{n/2} + x_{n/2+1}}{2}$	Me est telle que fréquence cumulée (Me) = 50%

→ Moyenne

$$\bar{m}(X) = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Estimation :

La loi des grands nombres permet de dire que la moyenne empirique de N observations (N grand) de la variable aléatoire X est une bonne estimation de l'espérance de X.

→ Variance

Moyenne des carrés des écarts à la moyenne

$$Var(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\bar{m} - x_i)^2 \quad (\text{Remarque : ici l'échantillon correspond à la population toute entière})$$

C'est aussi : la moyenne des carrés – le carré de la moyenne

$$Var(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right)^2$$

→ Écart-type - Toujours comparer l'ordre de grandeur de la moyenne et de l'écart-type.

Racine carrée de la variance

$$\sigma(X) = \sqrt{\text{Var}(X)}$$

Remarque :

Lorsqu'il s'agit d'estimer la dispersion autour de la moyenne dans une population de grande taille à partir d'un échantillon de taille n , on utilise pour l'écart type la valeur suivante :

$$s(X) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{m} - x_i)^2}$$

En effet, on montre que la variance v de l'échantillon fluctue donc autour de $E(v) = \frac{n-1}{n} V(X)$

Pour obtenir une estimation de $V(X)$, il est donc nécessaire de prendre $\frac{n}{n-1} v$

Et pour obtenir une estimation de l'écart type $\sigma(X)$, il est donc nécessaire de prendre $\sigma \sqrt{\frac{n}{n-1}}$

→ Covariance entre 2 séries X et Y

$$\text{Cov}(X, Y) = \overline{X * Y} - \overline{X} * \overline{Y}$$

Si X et Y sont indépendantes $\Rightarrow \text{Cov}(X, Y) = 0$.

→ Coefficient de corrélation linéaire entre 2 séries X et Y

$$\rho = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma(X) * \sigma(Y)}$$

X et Y sont corrélées linéairement si $|\rho|$ tend vers 1.

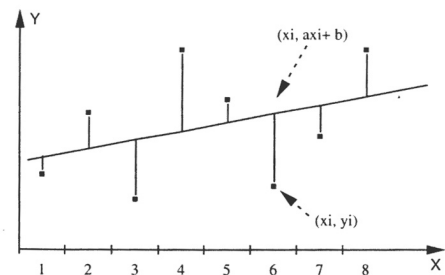
→ Droite des moindres carrés

X un ensemble de points X_i de coordonnées (x_i, y_i)

La droite D d'équation $y = Ax + B$ est appelée droite des moindres carrés lorsqu'elle est telle qu'elle minimise la somme des carrés de la distance (verticale) de la série à cette droite.

$$A = \frac{n \sum_i x_i y_i - \left(\sum_i x_i \sum_i y_i \right)}{n \sum_i x_i^2 - \left(\sum_i x_i \right)^2} = \frac{\text{Cov}(x, y)}{\text{Var}(x)}$$

$$B = \frac{\sum_i y_i - A \sum_i x_i}{n} = \overline{m}(y) - A \overline{m}(x)$$



→ Intervalles de confiance pour la loi normale

Intervalle de confiance à 95,44 % = moyenne \pm 2 écart-types

Intervalle de confiance à 99,74 % = moyenne \pm 3 écart-types